Conférence du mardi 21 novembre 2007

Le Nombre d'Or par Christian Lambinet

Pour le profane, le Nombre d'Or évoque l'inexplicable voire l'ésotérisme ou la magie. Nous allons nous efforcer de dissiper le halo de mystère qui entoure ce nombre exceptionnel en vous le présentant de façon rationnelle ; vous découvrirez un nombre assez remarquable connu depuis l'antiquité ; nous étudierons son influence dans les arts : peinture, musique, architecture au cours des principales époques où il est apparu (de l'Antiquité Grecque à l'Epoque Contemporaine en passant par l'Epoque Romaine, le Moyen-Age et la Renaissance) mais cela seulement dans une seconde partie car comme son nom l'indique le Nombre d'Or est avant tout un nombre, c'est à dire un objet mathématique, dont nous devrons d'abord découvrir la définition et les propriétés pour pouvoir espérer en comprendre les utilisations qui en sont faites (nous serons contraints à nous limiter aux principales propriétés, tant celles-ci sont nombreuses pour ce nombre particulier qui fournit de très jolis problèmes pour les lycéens) et nous nous bornerons à des explications mathématiques accessibles à un élève de collège afin de ne pas décontenancer ceux pour qui le théorème de Pythagore n'est qu'un lointain souvenir... Nous évoquerons à cette occasion certains personnages historiques qui ont contribué à l'élaboration de ce qui pourrait apparaître comme le premier standard moderne.

Pour compliquer un peu les choses, s'il en était besoin, il faut que vous sachiez qu'il existe deux nombres d'or : l'un est utilisé en astronomie : c'est le rang de l'année dans le cycle de Méton découvert par l'astronome du même nom en 453 av JC (ce rang est 13 pour l'année 2007) --> en gros, Méton avait découvert un cycle de 19 années, durée au bout de laquelle les mêmes dates de l'année correspondent avec les mêmes phases de la Lune ... et jusqu'à la première moitié du XXème siècle, le dictionnaire Larousse donnait pour le Nombre d'Or la définition suivante " Cycle lunaire de 19 ans ".

Ce que l'on appelle maintenant Nombre d'Or existait déjà mais sous d'autres appellations : "partage en extrême et moyenne raison", "divine proportion", "divine section", "Section d'Or", "divin nombre", etc ... et ce n'est qu'après 1932, date de la publication de l'ouvrage du prince roumain, diplomate et ingénieur, Matila Ghyka relatif au Nombre d'Or que la définition a changé. Actuellement, la définition est : " Nombre égal à (1 + v5) / 2 , soit environ 1,618, correspondant à une proportion considérée comme particulièrement esthétique ". Le Nombre d'Or est noté Φ (Phi) depuis 1914.

$$\Phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \simeq 1{,}618\ 033\ 988\ 749\ 894\ 848\ 204\ 586\ 834\ 365\ \ldots$$

C'est, bien sûr, le deuxième nombre que nous allons étudier ; sachez qu'on ne peut pas écrire sa valeur exacte en notation décimale classique (les décimales se poursuivent à l'infini sans jamais se répéter donc personne ne peut en connaitre la valeur exacte) on se contente généralement de 1,618. Au minimum retenez que le Nombre d'Or est très légérement supérieur à 1,6.

Même si cela doit constituer un anachronisme évident, nous n'utiliserons pas les expressions d'époque "partage en extrême et moyenne raison" pour Euclide, "divine proportion" pour Léonard de Vinci , "Divine Section", "Nombre divin", "Section d'Or", "section dorée" pour d'autres ... etc ... et parlerons de Nombre d'Or dans tout l'exposé... l'expression-même de "Nombre d'Or" n'étant apparue qu'en 1932 avec Matila Ghyka ....

Nous allons voir que le Nombre d'Or est avant tout une proportion, c'est à dire un rapport entre deux quantités ; ceci ayant donné diverses applications tant auditives (durées musicales exprimées en nombres de mesures) que visuelles (Sections d'Or, Rectangles d'Or, Lignes d'Or, Triangles d'Or, Spirales d'Or etc...). Nous avons choisi, afin d'introduire en douceur la notion de Nombre d'Or, de vous présenter son application visuelle la plus facilement compréhensible : les Rectangles d'Or ... mais qu'est-ce qu'un Rectangle d'Or ?

Par définition : "Un Rectangle d'Or est un rectangle dont le rapport des longueurs des côtés est le Nombre d'Or" (c'est à dire que le grand côté mesure environ 1,618 fois la mesure du petit côté). Par exemple, un rectangle dont la largeur est 1m et dont la longueur est 1,618m est un Rectangle d'Or, de même pour un rectangle de 2m x 3,236m puisqu'en effet 3,236/2=1,618. Ces rectangles sont reconnus pour leur aspect esthétique dû au rapport entre leurs dimensions égal au Nombre d'Or. On en trouve de nombreux exemples en architecture et en peinture dont voici deux parmi les plus célèbres...

L'exemple le plus connu est le Parthénon construit de 447 à 438 avant JC. On doit à Phidias les plans de conception de l'édifice ainsi qu'une partie importante de la décoration et c'est pour honorer Phidias que Théodore Cook en 1914 décida de nommer Phi le Nombre d'Or (Pi aurait sans doute été plus opportun pour honorer Pythagore le véritable découvreur du Nombre d'Or comme nous allons le voir, mais Pi était déjà utilisé pour le nombre que vous savez...). Si l'on observe la façade du Parthénon, on constate qu'elle s'inscrit dans un Rectangle d'Or ... ce Rectangle d'Or étant constesté par certains - nous aurons l'occasion d'y revenir plus tard...

Un autre exemple en peinture avec un Botticelli "La Naissance de Venus" dont les dimensions du tableau (2m 78 par 1m 72) donnent un Rectangle d'Or. Non seulement les dimensions totales mais aussi certaines proportions utilisées dans la composition de l'oeuvre font référence aux Rectangles d'Or.

L'utilisation fréquente de cette proportion pour les rectangles fait du Rectangle d'Or un standard, sans doute le premier standard connu pour les rectangles. Un standard est un ensemble de caractéristiques reconnu et communément adopté par des utilisateurs.

Exemples dans le domaine technique :
- en télévision : les standards PAL et SECAM
- en électricité : le 220 volts alternatif et le 12 volts continu
- etc ...

Exemples dans le domaine artistique :
- en musique : symphonie, concerto, prélude, fantaisie ... sont des formes musicales devenues des standards.
- dans les arts graphiques : dessin, photographie, peinture, bande dessinée etc... constituent des moyens d'expression dont les caractéristiques ont donné des standards.

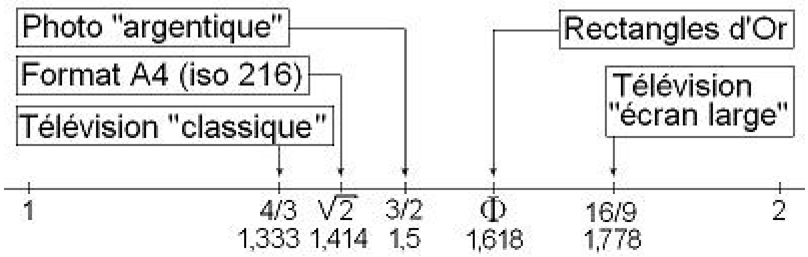
Nous allons comparer ce standard ancien que constituent les Rectangles d'Or avec les standards actuels des rectangles afin de mieux situer les Rectangles d'Or par comparaison avec les standards de rectangles auxquels nous sommes habitués

Tout d'abord les rectangles définis par le grand standard de la photo argentique : le 24x36 : si nous observons un morceau de pellicule 24x36, chaque cliché occupe un rectangle de 36mm de longueur et de 24 mm de largeur ; le rapport entre la longueur et la largeur est donc de 36/24 soit un quotient de 1,5. Ce rapport sera conservé pour tous les tirages papier et les projections. Ce format est aussi appelé format 3/2, il constitue un premier grand standard pour les formats rectangulaires.

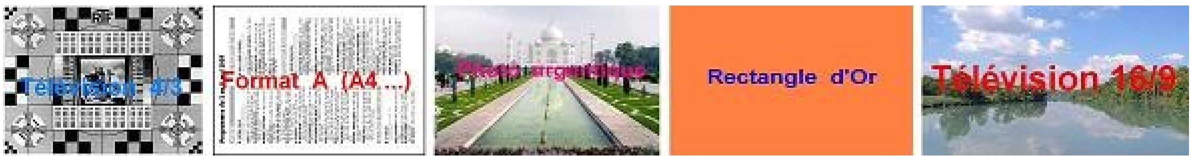
Mais il existe d'autres formats rectangulaires utilisés dans la vie courante auxquels nous allons pouvoir aussi comparer les Rectangles d'Or... Un autre grand standard pour les rectangles concerne les feuilles de papier : ce format est défini par la norme ISO216 initialement mise au point par l'ingénieur allemand Portsmann en 1922 : le principe étant un rapport de racine de 2 entre la longueur et la largeur de la feuille soit environ 1,414 ; ce rapport ayant la propriété intéressante de se conserver lorsque l'on plie la feuille en deux dans sa grande dimension.

Deux autres grands standards pour les rectangles concernent la télévision. Comme vous le savez sans doute, les téléviseurs "classiques" ont un format de 4/3 ce qui signifie que largeur et hauteur de l'écran sont dans le rapport de 4/3 ; ce format est celui des premiers films de cinéma. Puis est arrivé dans les années 80 un nouveau standard au format 16/9 pour mieux restituer les films aux formats panoramiques. Le rapport 4/3 vaut environ 1,333 et donne donc des rectangles moins allongés que les Rectangles d'Or contrairement au rapport 16/9 qui vaut environ 1,778 et donne donc des rectangles plus allongés que les Rectangles d'Or.

Nous pouvons visualiser ces rapports sur un repère allant de 1 à 2 pour comparaison avec le Nombre d'Or.

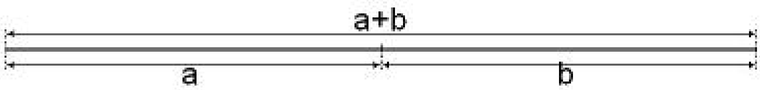


Pour conclure : il existe de nombreux formats rectangulaires dont le Rectangle d'Or fait partie sans être de nos jours un standard couramment utilisé, vous trouverez résumés dans le tableau ci-dessus les différents standards de rectangles. Retenez que les Rectangles d'Or sont un peu plus allongés que les rectangles de type "Photo argentique" et un peu moins allongés que les rectangles des écrans de télévision 16/9 ... ceci devrait vous suffire pour maintenant évaluer approximativement des rectangles et pour discerner parmi ceux-ci des Rectangles d'Or. Pour mieux visualiser les différents formats, les voici ci-dessous côte à côte :



Mais d'où vient cette valeur 1,618... du Nombre d'Or? Souvenez-vous de la définition actuelle du dictionnaire qui donne l'expression (1 + √5) / 2 comme valeur exacte du Nombre d'Or... Mais d'où peut donc provenir une expression si compliquée?

La réponse à cette question va nous être donnée par l'étude de cette autre question : "Comment partager harmonieusement une quantité en deux parties ?" -> par exemple un segment de droite... La première réponse qui vient à l'esprit, c'est "moitié/moitié", on a alors un partage équitable en deux segments de même longueur.

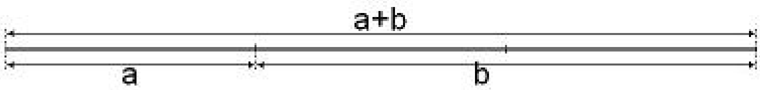


a et b sont les longueurs égales des deux parties du segment, a+b est la longueur totale du segment ; on a :

b / a = 1

(a+b) / b = 2

Si l'on déplace progressivement le point de partage vers la gauche, a va diminuer, b va augmenter et au bout d'un certain temps b sera le double de a :

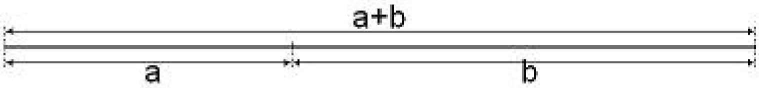


b / a = 2

(a+b) / b = 3/2 = 1,5

Le rapport b / a est passé progressivement de 1 à 2 pendant que le rapport (a+b) / b est passé de 2 à 1,5. Il y a donc eu forcément une position du point de partage telle que les deux rapports ont été égaux.

Voici le schéma de la position du point de partage telle que les rapports b / a et (a+b) / b soient égaux :



Si l'on appelle x la valeur des deux rapports égaux b / a et (a+b) / b, on a donc :

$$b / a = (a+b) / b = x$$

De cette égalité il résulte :

$$\text{On a : } \frac{b}{a} = \frac{a+b}{b} \qquad \text{or} \quad \frac{a+b}{b} = \frac{a}{b} + \frac{b}{b} = \frac{a}{b} + 1$$

$$\text{donc on obtient : } \frac{b}{a} = \frac{a}{b} + 1$$

$$\text{ainsi en appelant x le quotient } \frac{b}{a} \text{ on obtient : } x = \frac{1}{x} + 1$$

$$\text{ou en multipliant chaque membre par x : } \boxed{x^2 = 1 + x}$$

Cette équation du second dégré admet deux solutions dont l'une positive vaut :

$$\boxed{\frac{1 + \sqrt{5}}{2}}$$

On reconnaît le Nombre d'Or qui est donc le rapport entre deux quantités lorsque la proportion des parties est la même que la proportion du tout par rapport à l'une des parties. On appelle cette façon de partager : "Partage en extrême et moyenne raison" ou "Section d'Or" ou encore "Divine Section".

Les théoriciens du Nombre d'Or

Qui donc a eu le premier l'idée du "partage en moyenne et extrême raison" c'est à dire qui a découvert le premier le Nombre d'Or (on ne parlera pas ici d'invention, car le Nombre d'Or est un objet mathématique qui a toujours existé mais de découverte). Et bien, les choses ne sont pas clairement établies...

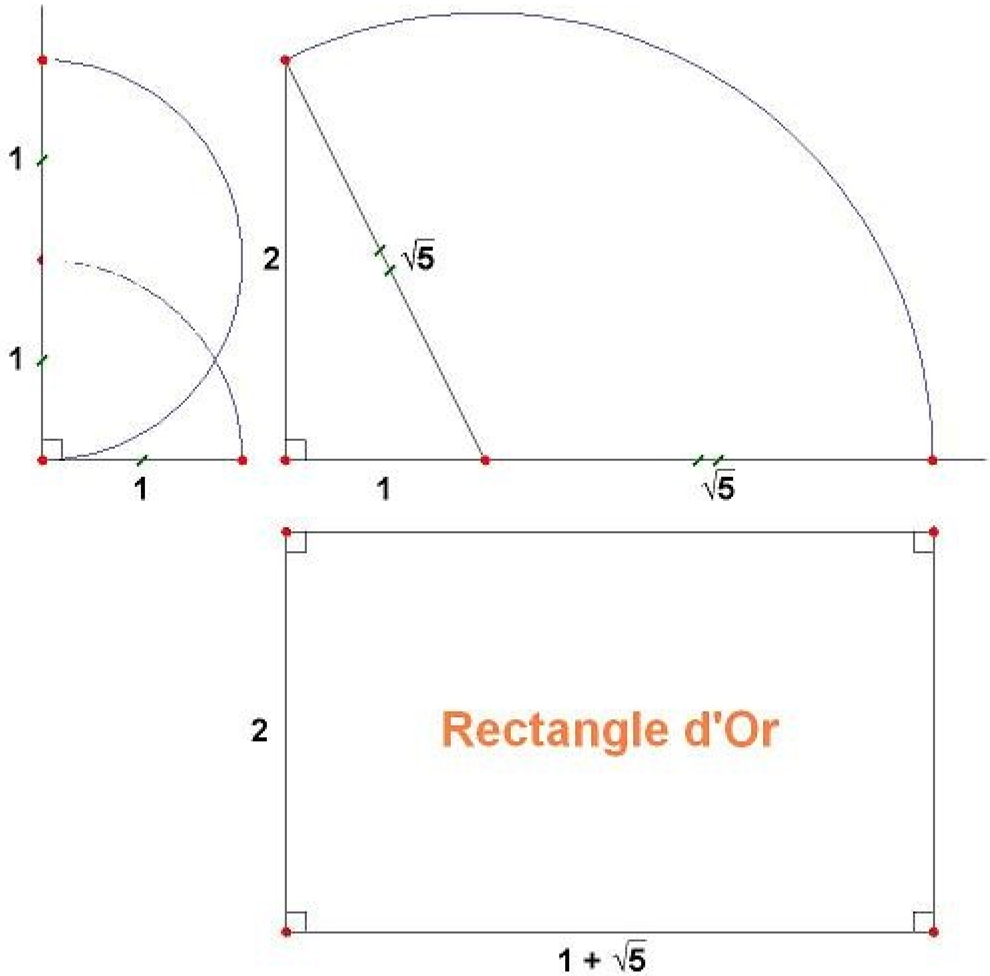
Contrairement à une croyance tenace, il semblerait que la civilisation égyptienne n'avait aucune notion du Nombre d'Or -> nous y reviendrons avec la pyramide de Khéops ; en tout cas, nulle trace du Nombre d'Or dans les très nombreux hiéroglyphes... pas plus que d'autres civilisations parfois citées...

Il faudra attendre le VIe siècle avant Jésus-Christ pour déceler l'apparition du Nombre d'Or ; les Grecs, qui s'en servirent pour le Parthénon, attribuaient sa découverte à Pythagore.

PYTHAGORE : Mathématicien et philosophe grec, né vers 580 av JC dans l'île de Samos, décédé vers 490 av JC, il partit fonder une école proche d'une secte à Crotone, dans le sud de l'actuelle Italie. Pythagore y étudiait les mathématiques, la musique et la philosophie. Il professait ainsi toutes sortes d'idées, comme la métempsychose (possibilité de renaître, après la mort, sous la forme d'un autre être vivant, et ainsi d'avoir plusieurs vies). Les disciples rapportaient toutes leurs découvertes scientifiques au maître, de sorte qu'on ne peut plus distinguer à ce jour les inventions de Pythagore et celles de ses disciples. L'école avait également une activité politique, en faveur du régime aristocratique, ce qui finit par déclencher une émeute populaire au cours de laquelle l'école fut détruite. Pythagore est resté célèbre pour avoir démontré une relation dans le triangle rectangle, le fameux théorème de Pythagore :

"Dans un triangle rectangle, le carré de l'hypoténuse est égale à la somme des carrés des cotés de l'angle droit".

Une question doit sûrement vous venir à l'esprit : "mais comment donc les grecs pouvaient-ils tracer un Rectangle d'Or, puisque sans calculatrice il semble impossible de disposer du Nombre d'Or?" -> voyez ci-dessous les étapes de la construction d'un Rectangle d'Or avec simplement une régle, une équerre et un compas + le fameux théorème de Pythagore (ci-dessus) qui permet de calculer la longueur de l'hypoténuse d'un triangle rectangle en ajoutant les carrés des côtés de l'angle droit et en prenant la racine carrée de la somme obtenue...



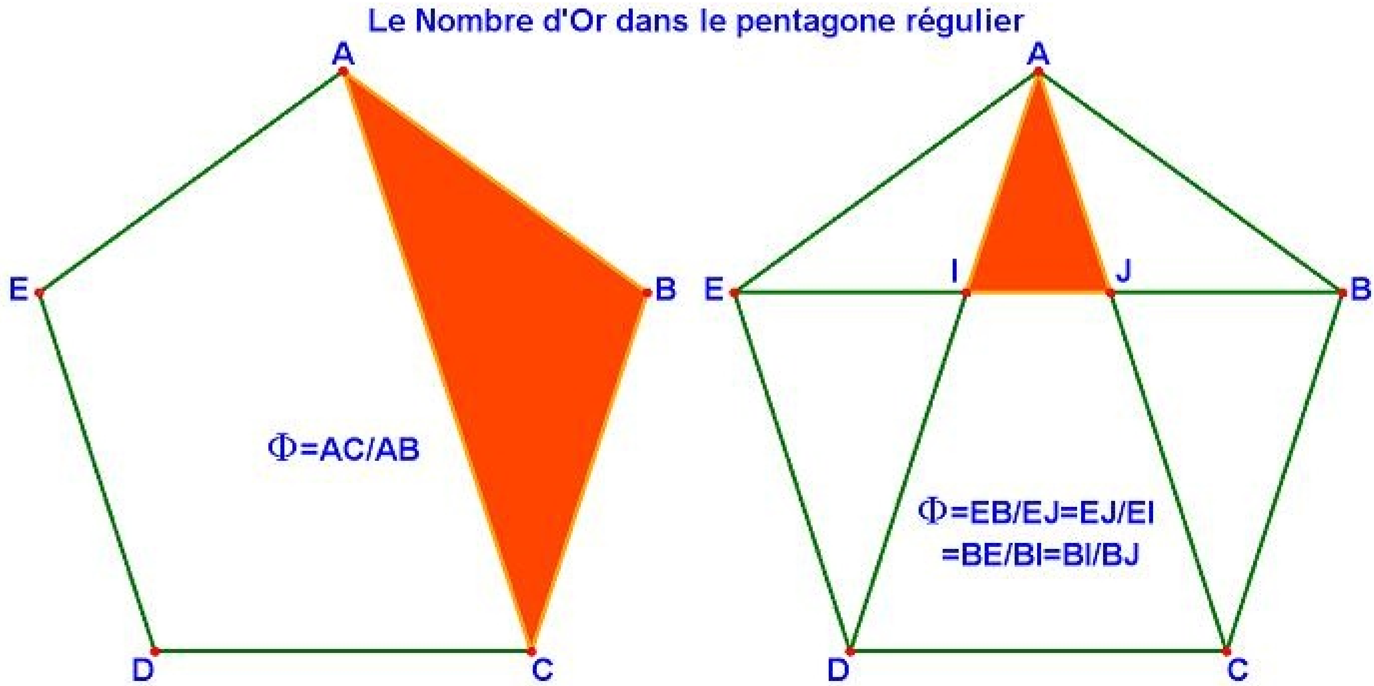
Construction d'un Rectangle d'Or avec règle, équerre et compas

Figure 1 en haut à gauche : on commence par tracer un angle droit sur l'un des côtés duquel on choisit une longueur quelconque que l'on prend comme unité (segment horizontal noté 1). Puis avec le compas on reporte deux fois cette longueur sur l'autre côté de l'angle droit.

Figure 2 en haut à droite : on obtient alors un triangle rectangle dont les côtés de l'angle droit mesurent 1 et 2. On trace l'hypoténuse (côté opposé à l'angle droit) et on en calcule la longueur grâce au fameux théorème de Pythagore : $2^2 + 1^2 = 4 + 1 = 5$ donc l'hypoténuse mesure $\sqrt{5}$. On prolonge alors le côté horizontal de l'angle droit sur lequel on reporte la longueur $\sqrt{5}$.

Figure 3 en bas : en traçant avec l'équerre les deux côtés manquants, on obtient un rectangle dont les longueurs des côtés sont $1+ \sqrt{5}$ et 2 ce qui donne un rapport égal au Nombre d'Or, donc le rectangle ainsi tracé est un Rectangle d'Or.

Les Pythagoriciens formaient une espèce de secte (la Fraternité Pythagoricienne) où l'on devait respecter, outre un strict régime végétarien, tout un ensemble de tabous sévères. Ils vouaient aux nombres une valeur quasi mystique : "tout est nombre". Après la destruction de leur école de Crotone en 510 avant JC, ils poursuivent leurs activités pendant environ deux siècles dans le sud de l'Italie. Leur symbole était le pentacle qui est un pentagone régulier croisé inscrit dans un cercle ; ce choix est justifié par la présence multiple du Nombre d'Or dans le pentagone :

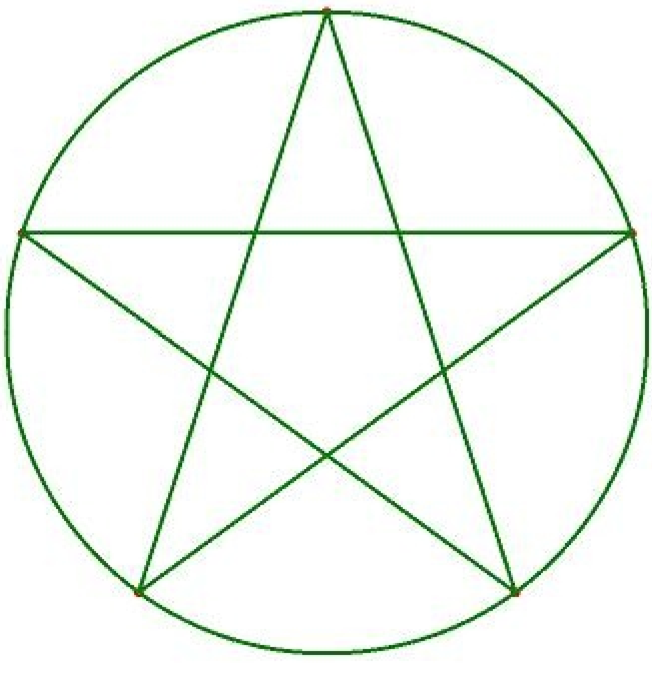


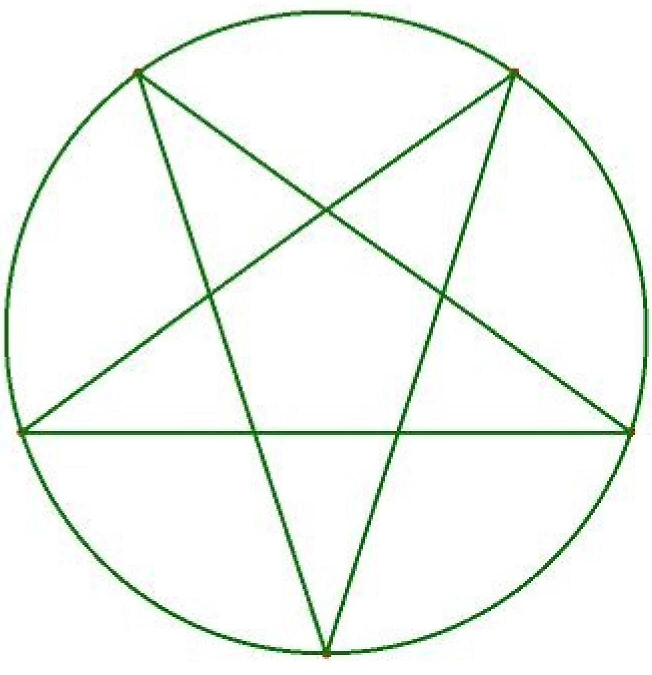
Les triangles en couleur sont des Triangles d'Or (ici de deux types différents)

Il existe deux types de pentacles : le pentacle droit et le pentacle inversé. Ces deux symboles dérivent de la même figure géométrique, mais ont des significations différentes :

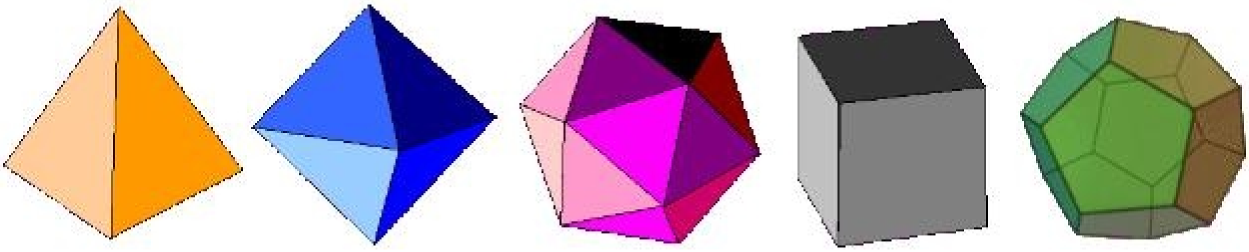
- Le pentacle droit (que l'on voit ici à gauche avec une pointe en haut) est le signe des Pythagoriciens pour qui il représentait l'harmonie, la beauté, la perfection. Plus tard, il fut pour les gnostiques, le symbole des cinq éléments (lumière astrale, terre, eau, feu et air). Puis, ce serait devenu un symbole païen relatif au féminin... également symbole de l'énergie positive...

- Le pentacle inversé (figure de droite – pointe en bas) est un symbole de la magie noire ou du satanisme...





Nous avons donc Pythagore en tête de liste des théoriciens du Nombre d'Or ... deux siècles plus tard, pour le philosophe **Platon** (IVe siècle avant J.-C.), "la pensée humaine a atteint avec le calcul du Nombre d'Or l'un des canons divins de la création de l'univers". Il déclare également que le Nombre d'Or est "La clé de la physique du cosmos"... Pour Platon, le beau se traduit par des figures géométriques, et le dodécaèdre ne symbolise rien moins que l'Univers. Pour Platon, le monde s'appuie sur cinq éléments essentiels : le Feu, l'Air, l'Eau, la Terre et l'Univers. Il associe à chacun d'eux un polyèdre régulier inscriptible dans une sphère. Toutes ses faces sont des polygones réguliers isométriques : tous les côtés sont de même longueur et tous les angles sont de même mesure. Il en existe cinq et cinq seulement possédant de telles propriétés : le tétraèdre, l'octaèdre, l'icosaèdre, le cube et le dodécaèdre.



Les 5 polyèdres réguliers appelés aujourd'hui " les solides de Platon "

Respectivement de gauche à droite :

- le tétraèdre symbolise le Feu
- l'octaèdre symbolise l'Air,
- l'icosaèdre symbolise l'Eau,
- le cube symbolise la Terre
- le dodécaèdre symbolise l'Univers (le dodécaèdre est limité par 12 pentagones réguliers dans lesquels figure le Nombre d'Or, nous l'avons vu plus haut).

Platon connaissait le Nombre d'Or et sa présence dans le dodécaèdre. Selon Platon, la perfection de ces polyèdres symbolise par excellence les cinq éléments. On les appelle aujourd'hui "Les solides de Platon".

Et ce n'est qu'au IIIe siècle avant Jésus-Christ qu'on en a une première définition ; Euclide évoque le partage d'un segment en "extrême et moyenne raison" dans le livre VI des Eléments (3ème définition) :

"***Une droite est dite coupée en extrême et moyenne raison quand, comme elle est toute entière relativement au plus grand segment, ainsi est le plus grand relativement au plus petit***"

EUCLIDE : Mathématicien et scientifique grec né vers 325 av JC et décédé vers 265 av JC ; on ne sait rien, ou presque, de celui que l'on peut considérer comme le plus grand enseignant de mathématiques de l'histoire. Tout juste pense-t-on qu'il étudia à l'école des successeurs de Platon à Athènes, avant de s'établir à Alexandrie, sous l'invitation de Ptolémée II peu avant Archimède et qu'il y fonda l'Ecole de Mathématiques qui rendit la cité antique célèbre. Mais comme ces suppositions reposent sur des écrits de Proclus qui datent de 9 siècles après Euclide, on conçoit qu'elles sont peu fiables! Ce que l'on connait bien d'Euclide, ce sont les ouvrages qui nous sont parvenus signés de son nom, parmi lesquels Données, et surtout les 13 volumes des Éléments. Du reste, on ne sait pas trop quel est le rapport exact entre Euclide et les connaissances qu'il expose. Il semble bien que peu des résultats des Eléments ne soient dûs à Euclide, et que son oeuvre consiste en une remise à plat de différentes notions exhibées par des mathématiciens divers.

Deux siècles plus tard, on retrouve cette définition dans le célèbre traité d'architecture "De Architectura" de Vitruve sous la forme : "***...s'il y a de la petite partie à la grande le même rapport que de la grande au tout***" ou "***s'il y a le même rapport des parties avec le tout***"

VITRUVE était un architecte romain, né vers 90 av JC et décédé vers 20 av JC. Après avoir été soldat en Gaule, en Espagne et en Grèce, constructeur de machines de guerre, il devient architecte à Rome. Vitruve est l'auteur d'un célèbre traité d'architecture "De Architectura", probablement écrit à la fin de sa vie, et qu'il dédie à l'empereur Auguste. C'est le seul écrit d'architecture qui nous soit parvenu de l ' Antiquité, et les architectes de la Renaissance comme l'italien Palladio s'en inspirent beaucoup. Il est réédité en 1486 à Rome. Vitruve n'est pas à proprement parler un théoricien du Nombre d'Or ; il ne fait qu'exposer son existence en mentionnant ce rapport comme étant souvent utilisé pour l'élaboration des temples grecs... mais comme les écrits de l'antiquité à propos du Nombre d'Or sont rares, il m'a paru intéressant de le citer parmi les personnages qui sans avoir directement contribué à sa théorie, l'ont au moins véhiculé dans l'histoire...

En 1673, Claude Perrault traduit en français le traité d'architecture "De Architectura" de Vitruve

Claude PERRAULT (1613 - 1688) est un personnage tout à fait singulier et qui mérite bien une petite parenthèse dans cette histoire du Nombre d'Or même s'il n'en est pas un théoricien ni d'ailleurs un utilisateur puisqu'on ne trouve pas le Nombre d'Or dans ses réalisations architecturales, mais un bref résumé de sa vie va vous faire entrevoir la qualité du personnage.

Il est célèbre pour avoir été l'architecte de la façade de l'aile Est du Louvre. Il est aussi reconnu pour ses travaux en anatomie, physique et histoire naturelle. Son frère est Charles Perrault (1628-1703). Claude Perrault étudie d'abord la médecine à la Faculté de Paris. Reçu docteur en 1641, il va exercer pendant près de vingt-cinq ans. La création de l'Académie des sciences par Colbert à la fin de l'année 1666 marque un tournant dans l'itinéraire de Claude Perrault. Sur la recommandation de son frère Charles (l'écrivain célèbre des contes du même nom qui fut à l'origine de la querelle des anciens et des modernes), devenu entre-temps le commis de Colbert et son bras droit pour tout ce qui touche aux sciences et aux arts, Claude est désigné pour faire partie de la nouvelle compagnie. En collaboration avec Charles Le Brun et Louis Le Vau, il réalisa la colonnade de la façade orientale du Louvre. Majestueuse, l'oeuvre marque une étape décisive dans la formation du classicisme français. Perrault dessina également les plans de l'Observatoire de Paris (1667-1766) et du château de Sceau. Il construit l'Arc de triomphe du faubourg Saint-Antoine (1670)... En 1676, il publie "Mémoires pour servir à l'histoire naturelle des animaux", puis en 1683 "Mécanique des animaux" et victime de son insatiable curiosité scientifique il meurt en 1688 à l'âge de 75 ans d'une maladie infectieuse après avoir disséqué un chameau.

Voici la traduction de Vitruve par Claude Perrault où apparait la description de l'homme de Vitruve et celle du Nombre d'Or ou plus exactement "du partage en moyenne et extrême raison"

"***Si donc la nature a tellement composé le corps de l'homme que chaque membre a une proportion avec le tout; ce n'est pas sans raison que les anciens ont voulu que dans leurs ouvrages ce même rapport des parties avec le tout, se rencontrât exactement observé. Mais entre tous les ouvrages dont ils ont réglé les mesures, ils ont principalement eu soin des temples des dieux, dans lesquels ce qu'il y a de bien et de mal-fait, est exposé au jugement de toute l'éternité.***"

Dans les théoriciens du Nombre d'Or, on trouve un certain Fibonacci dont certains ont peut-être entendu parler par sa célèbre suite qui est la solution d'un problème récréatif qu'il pose dans le Liber Abaci (le livre des calculs). La suite de Fibonacci a un rapport direct avec le Nombre d'Or comme nous allons le voir et cette suite de Fibonacci a été récemment médiatisée par Dan Brown dans son livre "Da Vinci Code". Qui était donc Fibonacci et quelle est donc cette célèbre suite?

Leonardo FIBONACCI est né en 1170 à Pise, en Italie, son éducation s'est faite en grande partie en Afrique du Nord. Son père, Guilielmo Bonacci, vivait à Béjaïa où il était le représentant des marchands pisans en Algérie, en Tunisie et au Maroc auprès de la douane, et où Fibonacci commença son éducation en mathématiques. En 1202, Fibonacci en rapporta les chiffres arabes et la notation algébrique puis publie Liber Abaci ("Le livres des calculs "), un traité sur les calculs et la comptabilité fondée sur le calcul décimal à une époque où tout l'Occident utilisait encore les chiffres romains et calculait sur abaque. Ce livre est fortement influencé par sa vie dans les pays arabes ; il est d'ailleurs rédigé en partie de droite à gauche. Par cette publication, Fibonacci introduit le système de notation indienne en Europe. Ce système est bien plus puissant et rapide que la notation romaine mais il ne s'imposera pas avant plusieurs siècles... Mais revenons à cette célèbre suite de Fibonacci

Principe - il est assez simple - les deux premiers termes sont 0 et 1, puis chaque terme est égal à la somme des deux termes qui le précédent.

0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, 377, 610, 987, ... sont les premiers termes de la suite de Fibonacci.

Cette suite est infinie (=elle ne s'arrête jamais) et présente d'étonnantes propriétés dont celle-ci :

La suite des quotients de deux termes successifs tend vers la limite du Nombre d'Or.

Vérification :

1 / 1 = 1
2 / 1 = 2
3 / 2 = 1,5
5 / 3 = 1,666...
8 / 5 = 1,6
13 / 8 = 1,625
21 / 13 = 1,615...
34 / 21 = 1,619...
55 / 34 = 1,617...
89 / 55 = 1,6181818...
144 / 89 = 1,617977...
233 / 144 = 1,618055...
377 / 233 = 1, 618025...etc...

Ainsi, chaque fois qu'un quotient de deux termes consécutifs de la suite de Fibonacci apparait, on peut penser à la présence du Nombre d'Or ... encore faut-il que les termes ne soient pas trop au début de la suite, car les premiers quotients sont assez éloignés de la valeur exacte du Nombre d'Or ...

Par exemple 8/5 c'est à dire 1,6 peut-il être assimilé au Nombre d'Or ? --> nous verrons dans la seconde partie "Le Nombre d'Or dans les Arts" que cette approximation est sujette à contestation...

Les personnages qui vont suivre n'ont pas été des théoriciens du Nombre d'Or au même titre que Pythagore, Euclide ou Fibonacci, mais ont repris les études faites en les complétant. Par exemple, Pacioli reprend le travail d'Euclide et l'éclaire fort de ses connaissances en tant que professeur de mathématiques. Il exprime les démonstrations géométriques présentes dans les "Eléments" avec le formalisme de l'époque. L'auteur traite des particularités des corps réguliers, des pyramides et des colonnes polygonales mais étant limité par les dessins, il décide de confectionner lui-même ses figures géométriques avec des baguettes en bois. On suppose que Léonard de Vinci a participé à la réalisation des schémas et des volumes. C'est cette collaboration qui a marqué le début d'un amalgame forcé entre l'art et la divine proportion de Pacioli. Le Nombre d'Or quant à lui n'est pas exprimé en tant que valeur mais sous la forme d'une proportion, la même que celle d'Euclide, une "division en moyenne et extrême raison".

Ce tableau, de Jicopo de Barbari, où Fra Luca Pacioli explique un théorème, fait apparaitre le partage "en extrême et moyenne raison" (la "divine proportion"). Le pouce et l'index gauches de Fra Luca Pacioli partage la hauteur du livre selon la section dorée... Pacioli s'émerveille des possibilités géométriques offertes par ce rapport et le moine franciscain qu'il est ne peut qu'attribuer ces qualités à une action divine. Pacioli fait référence en particulier aux "douze apôtres et notre Sauveur" et voit dans le dodécaèdre la représentation de l'Univers comme l'avait suggéré Platon.

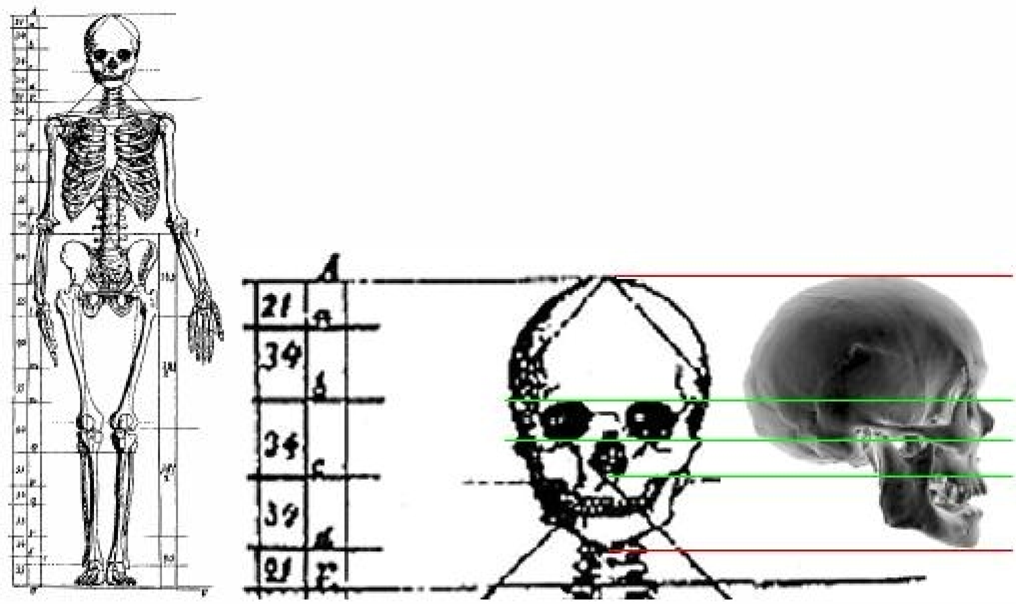
Léonard de Vinci qui a participé à l'illustration de "De divina proportione" de fra Luca Pacioli désigne par "sectio aurea" ou Section d'Or le Nombre d'Or et la question se pose de savoir s'il a consciemment utilisé le Nombre d'Or dans ses oeuvres... nous y reviendrons dans la seconde partie...

Après la Renaissance, les périodes baroque et classique attachent moins d’importance au Nombre d’Or. La plupart des travaux portent sur la compréhension des écrits des siècles précédents. L’astronome Johannes Kepler n’apportera rien de nouveau à la théorie déjà établie et appréciera avec la même ardeur que Pacioli le caractère "divin" de ce trésor de la géométrie. Jusqu’au 19ème siècle, le Nombre d’Or est mentionné dans les diverses encyclopédies qui sont légion à l’époque des Lumières. Peu de recherches essaient de remettre en cause ou de valider les vérités émises à son sujet et les amalgames perdurent.

Il faut attendre le milieu du 19ème siècle pour que le Nombre d’Or ressurgisse avec les investigations de plusieurs Allemands. Cette nation est en pleine effervescence intellectuelle, que ce soit au niveau de la littérature, des sciences et de la philosophie. En bons scientifiques, les chercheurs d’Outre-Rhin vont essayer de formaliser les liens entre le Nombre d’Or, l’esthétisme et l’architecture.

En 1835 Martin Ohm publie "der goldene Schnitt" (la Section d'Or).

Le philosophe Adolf Zeising se met à rechercher frénétiquement dans les oeuvres antiques, les temples grecs et les cathédrales. Avec des constructions complexes basées sur des segments et des rectangles, il affirme mettre en évidence l’harmonie dans les tableaux de la Renaissance qui, selon lui, suivent les critères géométriques. Les enchevêtrements de lignes qui en résultent sont à mettre sérieusement en doute. Zeising continue ses recherches et les applique à la morphologie du corps humain. En 1854, il achève son première ouvrage intitulé "Neue Lehre von den Proportionen des menschlichen Körpers" ("Nouvelles leçons sur les proportions du corps humain"). Une dizaine d’années plus tard dans un article nommé "Das Pentagramm" , Zeising révèle ses découvertes sur cette forme (une étoile à cinq branches construite à partir d’un pentagone) qui doit être considérée selon l’auteur comme la "manifestation la plus évidente et la plus exemplaire de cette proportion". Pour cautionner ses dires, il cite les mathématiciens et philosophes grecs qui ont travaillé sur le pentagone. Le travail de Zeising aura un impact très significatif en Europe. Selon Zeising, le squelette a des dimensions issues de la suite de Fibonacci.

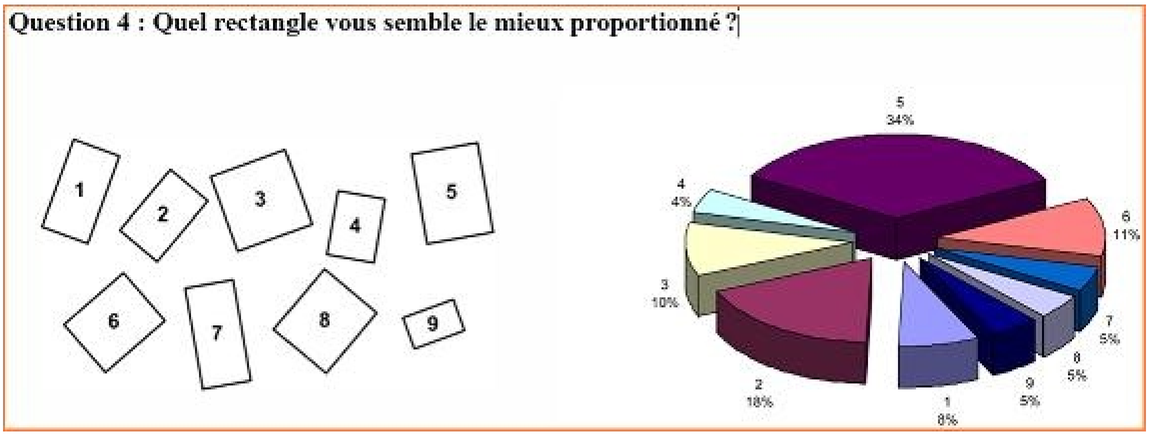


A gauche le squelette humain selon Zeising avec des proportions dans le rapport du Nombre d'Or

A droite, détail du schéma et comparaison avec un crâne obtenu par imagerie médicale. Le dessin de Zeising est imprécis et ne concorde pas avec les proportions habituelles d’un crâne.

Dans la même lignée que Zeising, les avancées de l’anthropométrie durant le 19ème siècle ont fait naître des courants scientifiques qui ont à leur tour inspiré les théoriciens du Nombre d’Or. En effet, certains anthropologues se sont mis à mesurer les crânes avec divers instruments. Ces statistiques permettaient selon eux de "démontrer la supériorité des caucasiens sur les autres races", théorie communément admise à cette époque...

Un physicien de Leipzig, Gustav Fechner, va entreprendre des analyses plus sérieuses après avoir lu les ouvrages de Zeising. Fechner s'attaque ensuite à l'anatomie et découvre des rapports plus simples que ceux attribués au Nombre d'Or. Il ajoute que les expériences de Zeising ne sont pas convaincantes, elles sont facilement réfutées avec des contre-expériences. Rien ne semble indiquer alors que le Nombre d'Or soit nécessaire ou présent dans le corps humain. Fechner réalise en 1876 des statistiques sur différents formats de rectangles. Sa procédure consiste à présenter à un sujet une série de dix rectangles dont les rapports hauteur/largeur varient entre 1 et 2,5. Le sujet doit ensuite choisir la figure qui lui paraît la plus esthétique. Environ 76 % des choix sont centrés sur des rectangles dont les rapports sont 1,50 ; 1,62 et 1,75. Les autres figures reçoivent moins de 10 % chacune. Ces considérations ne peuvent donner une réponse absolue quant à la présence du Nombre d'Or en esthétique. Mais les résultats obtenus vont néanmoins dans le sens de la "divine proportion". Malgré cela, les choix proposés par Fechner sont relativement limités et l'ordre de présentation des rectangles joue un rôle important sur le choix des sondés.



Cette représentation graphique n'est pas celle du sondage de Zeising, mais sensiblement identique, celle des résultats obtenus par des étudiants d'une grande école de Suisse auprès de plus de 1000 étudiants; les rectangles d'or étaient les n°2 et n°9 mais ils n'ont pas obtenu un score important, comparativement au n°5 (il semble que la taille, la position et l'orientation jouent un rôle certain dans les choix)

Malgré ces contre-expertises du travail de Zeising, les adeptes de Zeising sont de plus en plus nombreux et comptent même parmi eux d'éminents mathématiciens qui, sans totalement accepter l'ensemble de l'oeuvre de Zeising, sont plutôt favorables à ses thèses architecturales.

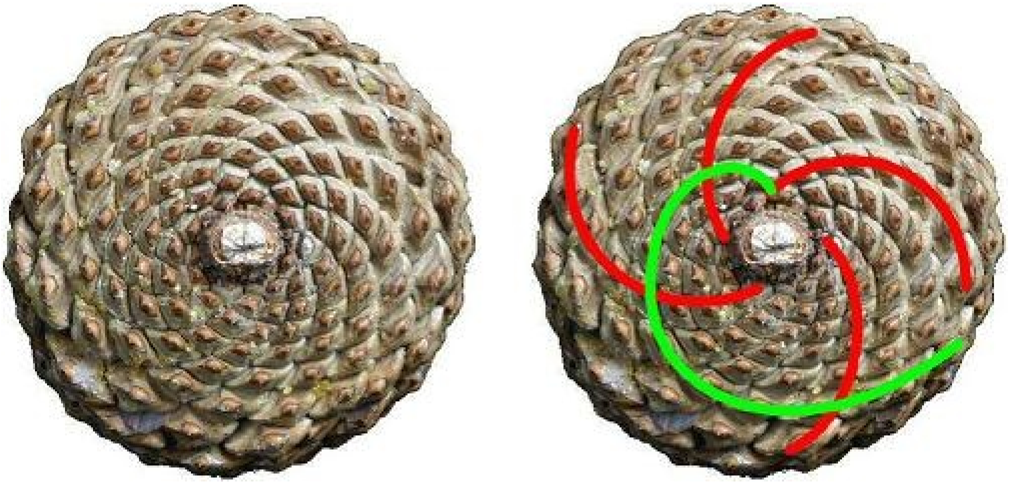
Pendant ce temps, la France voit émerger plusieurs courants artistiques, annonciateurs d'une expansion du règne du Nombre d'Or. Certains scientifiques français sont convaincus de l'importance de la section d'or. On étudie et mesure le Parthénon, des délégations sont envoyées en Egypte pour analyser les pyramides et sur le territoire, on regarde de plus près les dimensions du Louvre, de l'Arc de Triomphe et des nombreuses cathédrales du pays. De nombreux travaux sont publiés, principalement sur les triangles et la géométrie des corps réguliers.

Dans cette effervescence d'idées, la critique n'en demeure pas moins présente et conteste cet engouement pour l'Antiquité et la volonté de codifier la beauté en des termes mathématiques, si possible en faisant référence à la Grèce et ses philosophes. Comme l'Allemagne avec Zeising, la France verra en Charles Henry son prophète de la cause du Nombre d'Or. Ce peintre émettra un ensemble de théorèmes et de lois basées sur celles de Zeising. Ses relations avec des peintres célèbres comme Seurat et Pissaro permettront à ses idées d'émerger dans les milieux artistiques. Henry propose une théorie séduisante car elle met un peu de côté les mathématiques pour laisser la part belle aux couleurs, aux angles et à la subjectivité. Il attire les foules et remporte un grand succès avec ses ouvrages "Introduction à une esthétique scientifique", "Le cercle chromatique" et "L'esthétique des formes".

C'est par Charles Henry, qui donne des cours et conférences vers 1870, que la section d'or va pénétrer les cercles artistiques. Signac et Seurat, entre autres, sont des auditeurs attentifs. Naturellement, on recherchera des vérifications expérimentales de la théorie. Elles viendront. Des dessins d'une clarté confondante vont montrer que le Parthénon est rigoureusement inscrit dans une foultitude de rectangles d'or. On montre aussi bien, à la même époque, que la pyramide de Kheops détermine la distance de la terre à la lune et que les colonnes Maurice parisiennes sont réglées par la circonférence du soleil. Mais en ces derniers cas, c'est un humoriste qui tente l'exercice, pour rappeler utilement que dans un objet complexe dont on peut choisir n'importe quels points, on peut retrouver, entre ces points, toutes les proportions approximatives que l'on veut.

Henry n’ira toutefois pas aussi loin que Zeising dans son attachement au Nombre d’Or. En 1895, il renonce définitivement à quantifier la beauté avec des postulats rigides et raconte comment le problème de la beauté lui paraît insoluble.

Au début du XXème siècle, les ouvrage du biologiste et mathématicien D'Arcy Thompson "On Growth and Form" en 1907, et de l'historien de l'art Théodore Cook "The curves of the life" en 1914 ouvraient un nouveau chapitre en étudiant le Nombre d'Or dans la nature. Après avoir noté comment un nombre considérable de phénomènes organiques semblaient régis par le Nombre d'Or, D'Arcy Thompson en arriva à la conclusion que le principre même de la croissance organique en dérivait et proposa un modèle en forme de spirale logarithmique d coefficient Phi. C'est à cette époque que Cook désigna par la lettre Phi le Nombre d'Or.



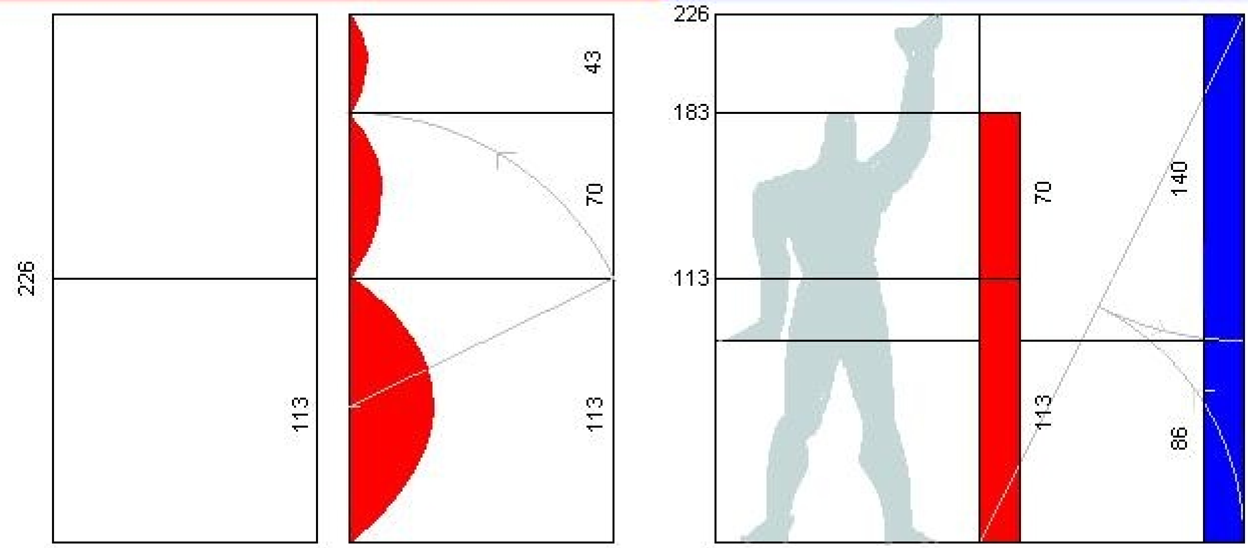
Sur les pommes de pins, les écailles sont réparties selon 8 spirales dans un sens et 13 dans l'autre, comme pour les ananas et les palmiers entre autres, pour les fleurs de tournesol c'est 21 et 34 etc...

Ghyka est un prince roumain fasciné par le Nombre d’Or. Il publie deux ouvrages qui auront une portée retentissante. Le premier, "L’Esthétique des proportions dans la nature et dans les arts", rédigé en 1927 et publié en 1933. Son oeuvre est toutefois entachée de nombreuses erreurs et d’imprécisions, il mélange sans remord les déductions vides de preuves avec des aspects mystiques invérifiables. Citons par exemple la présence des racines du nombre Phi . Ghyka trouve dans les temples grecs la présence de racine de Phi mais ne précise pas comment les ingénieurs hellènes auraient pu extraire de telles racines alors qu’il s’agit d’un calcul compliqué qui nécessite des logarithmes (étudiés par Neper au début du 16ème siècle).

Ghyka mentionne aussi des fractions comportant des puissances de Phi au dénominateur : 1/Phi3 (0.382) et 1/Phi4 (0.236). Outre les problèmes de calculs, ces fractions sont proches de rapports plus simples comme 1/4 pour 1/Phi4. Le prince fait fréquemment allusion aux travaux de Zeising qui, comme nous l’avons vu, sont vivement contestables.

C'est au cours d'une conférence en 1947 que le Corbusier, à la fois architecte, urbaniste, peintre, écrivain présente Le Modulor. Mis au point à partir de 1943, il s'agit d'un système de mesure basé sur les proportions du corps humain. Les dimensions du Modulor lui permettent de déterminer tout espace destiné à l'homme. Il met très rapidement en pratique ce manifeste pour la conception de l'Unité d'Habitation de Marseille (1946-1952), également appelée "la cité radieuse" mais aussi "la maison du fada". Bâtiment phare de la reconstruction, l'unité d'habitation de Marseille a servi de référence en matière de logement social. Elle est classée monument historique et est aujourd'huii réhabilitée. Le modulor a pour point de départ une "grille des proportions" élaborée entre 1943-1944. Elle est déterminée par la hauteur moyenne d'un individu (1,83m). Le corbusier définit des sous-multiples de cette mesure en divisant par Phi et trouve ainsi des dimensions des membres et parties du corps humain. Toutes les proportions architecturales des bâtiments qu'il conçoit sont aussi définies en fonction de cette cote humaine. Ce nouveau système est, selon lui, susceptible de mettre fin au désordre régnant dans la production industrielle mondiale.

série rouge		série bleue	
mètres	Pouces	Mètres	pouces
4,79	116"1/2	9,57	233"
2,96	72"	5,92	144"
1,83	44"1/2	3,66	89"
1,13	27"1/2	2,26	55"
0,70	17"	1,40	34"
0,43	10"1/2	0,86	21"
0,26	6"1/2	0,53	13"



D'après Le Corbusier : Quelques mesures fournies par la section d'or liée à la stature humaine

Quelques propriétés du Nombre d'Or :

$\Phi^2 = \Phi + 1$
donc puisque : $\Phi = 1{,}618...$ on a : $\Phi^2 = 2{,}618...$

$1 / \Phi = \Phi - 1$ et donc on a :
$1 / \Phi = 0{,}618...$

De même toutes les puissances de Φ peuvent s'obtenir en multipliant Φ par un coefficient entier et en ajoutant un autre entier.

Par exemple : $\Phi^3 = 2 \times \Phi + 1$ c'est à dire $2 \times 1{,}618... + 1 = 4{,}236...$

ou $\Phi^{12} = 144 \times \Phi + 89$ où les coefficients sont encore des termes de la suite de Fibonacci !

On peut écrire le Nombre d'Or sous la forme d'une fraction continue uniquement avec le nombre 1, mais aussi la forme d'une racine continue uniquement avec le nombre 1 :

$$\Phi = \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{...}}}}} \qquad \Phi = \sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1 + ...}}}}}$$

On a, parmi plusieurs propriétés trigonométriques : Cos 36° = **Φ / 2**

Il existe même une relation complexe liant Φ à π

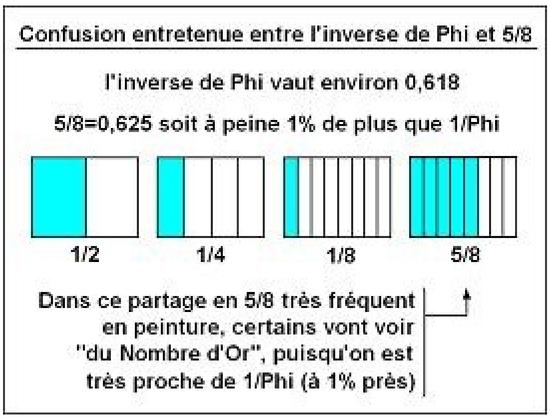
Il y a encore d'autres propriétés consultables sur certains sites internet.

<u>Le Nombre d'Or dans les arts :</u>

Le Nombre d'Or, bien qu'étant une grandeur purement mathématique, est aussi une mystérieuse proportion, à laquelle on attribue certaines propriétés esthétiques. Ce nombre est fréquemment utilisé dans les propos des artistes : peintres, architectes, musiciens... Puisque ce nombre est considéré comme une proportion particulièrement esthétique, certains croient que le Nombre d'Or est la clé de la connaissance et même que ce nombre tient sous sa dépendance toute oeuvre d'art digne de ce nom.

Nous allons faire un tour d'horizon des différents domaines dans lesquels le Nombre d'Or a été utilisé, nous y verrons bien sûr de la peinture de différentes époques, de l'architecture mais aussi la présence du Nombre d'Or dans des domaines assez inattendus, le tout en musique puisque certains compositeurs auraient utilisé la Section d'Or dans leurs oeuvres ; c'est ainsi que vous pourrez écouter "Prélude à l'après-midi d'un faune" de Claude Debussy (site du CNDP pour auditionner et consulter l'analyse). Vous allez voir des applications du Nombre d'Or dans des domaines variés et nous verrons que parmi les propositions qui vont vous être soumises quelques-unes seront incertaines et d'autres très nettement fantaisistes.

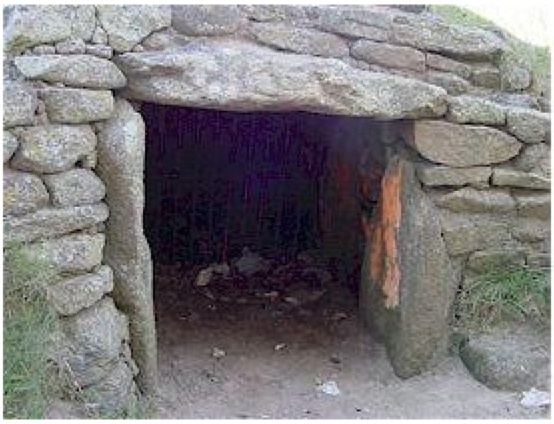
Pour nous aider à démêler le vrai du faux, nous suivrons les conseils de bon sens de Fechner (voir plus haut) et plus récemment de Marguerite Neveux ; il y a un peu plus de 10 ans, Marguerite Neveux, docteur en histoire de l'art, maître de conférences à l'Université Paris 1, a publié un livre intitulé "Le Nombre d'Or radiographie d'un mythe", résultat de dix années d'un patient travail de recherche. Convaincue qu'il n'existe pas de loi mathématique de l'esthétique, elle explique que c'est à partir de 1932 qu'avec acharnement, les "adeptes" du Nombre d'Or (dont Matila Ghyka lui-même) dissèquent, calculent, mesurent... martyrisent les œuvres d'art pour y débusquer le nombre magique. Parthénon, temple de Louksor, pyramide de Kheops, cathédrales, peintures de la Renaissance à nos jours. .. Partout, ils prétendent retrouver ce fameux nombre. Alors ? "Alors, on triche", répond Marguerite Neveux. "Un compas de proportion et une bonne dose de mauvaise foi autorisent toutes sortes de conclusions", affirme-t-elle en expliquant qu'une confusion est volontairement entretenue entre l'inverse du Nombre d'Or : 0,618 et 5/8 = 0,625, proportion banale et très utilisée en peinture comme en architecture. Partout où peintres et architectes ont utilisé la proportion 5/8e, les chercheurs du Nombre d'Or arrondissent pour trouver 0,618. C'est cet amalgame qui a permis de prétendre que certains artistes comme Nicolas Poussin, Georges Seurat, Paul Cézanne ou Henri Matisse, ont calculé les proportions de leurs tableaux en fonction du Nombre d'Or.



Ayons donc une vision moins naïve et essayons de faire preuve d'esprit critique !

Le temple de l'île d'Andros découvert en 1968 a été cartographié et parmi une multitude de mesures, certains rapports sont proches de 1,618 ; cela prouve-t-il que le Nombre d'Or a été utilisé ? Assurément non !

Même réponse pour le dolmen en équerre dont le hasard a sûrement fait que certaines de ses dimensions font apparaître le Nombre d'Or.



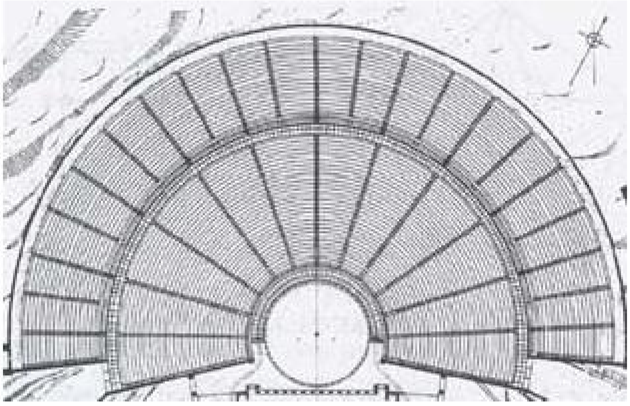
Dolmen en équerre de Göerem (Morbihan)   Grande pyramide de Khéops au Caire (Egypte)

Selon la traduction par l'abbé Moreux d'un récit apocryphe d'Hérodote, des prêtres égyptiens disaient que les dimensions de la Grande Pyramide avaient été choisies telles que : "Le carré construit sur la hauteur verticale égalait exactement la surface de chacune des faces triangulaires", ce qui, après quelques calculs est équivalent à la proposition "apothème / demi-base = Phi", mais de récentes recherches sur le sujet n'ont pas permis d'identifier les sources traduites par l'abbé Moreux ; il est certain qu'avec une assez bonne précision le quotient de la demi-base par l'apothème donne bien 1,618, mais la volonté des concepteurs de la pyramide reste à prouver...

De même à Louxor, les dimensions de la facade ont un rapport voisin de Phi ... volonté ou coïncidence? Il existe peu d'occurences du Nombre d'Or dans les batiments de l'Egypte Antique, ce qui compte-tenu du grand nombre d'ouvrages ne plaide pas en faveur d'une utilisation consciente du Nombre d'Or ! Statistiquement sur un grand nombre d'édifices, dont on va mesurer un grand nombre de dimensions, il est inévitable d'obtenir des quotients de dimensions proches du Nombre d'Or. D'autre part, aucun écrit ne laisse penser que les égyptiens connaissaient le Nombre d'Or. On doit donc raisonnablement penser que la civilisation égyptienne et toutes les civilisations qui l'ont précédée ignoraient le Nombre d'Or.

Certes les grecs connaissaient le Nombre d'Or, ils l'ont utilisé pour les proportions de certaines statues et pour les dimensions de certains temples, mais pas systématiquement d'où des abus d'interprétation, par exemple avec le théatre d'Epidaure célèbre pour son acoustique exceptionnelle

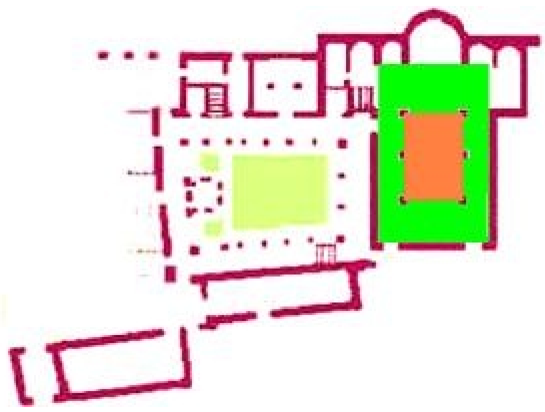
Oui il y a bien 34 rangées de sièges réalisées par les grecs vers -350 mais ce n'est que beaucoup plus tard que les romains vont agrandir ce théatre par l'adjonction de 21 nouvelles rangées ; il parait donc difficile même si 21 et 34 sont deux termes successifs de la suite de Fibonacci d'affirmer une volonté d'utilisation du Nombre d'Or car ce serait accepter qu'en 350 avant JC, Polyctète le Jeune imaginait déjà une extension de son théâtre ! Qu'à cela ne tienne, pour tenter de convaincre les indécis, certains ouvrages n'hésitent pas à faire le total des rangées soit 21 + 34 = 55 et constatent alors que 55 est aussi un terme de la suite de Fibonacci, or nous l'avons vu précédemment : la définition même de la suite de Fibonacci fait que deux termes sont suivis systématiquement de leur somme, ceci ne prouve donc rien de plus, qu'à cela ne tienne, certains vont compter les escaliers au nombre de 13 pour la partie basse et affirment : 4 nombres successifs de la suite de Fibonacci (13, 21, 34 et 55) ne peuvent être une coïncidence oubliant que le Nombre d'Or reste un rapport entre des quantités de même nature ce qui n'est pas complètement le cas ici !

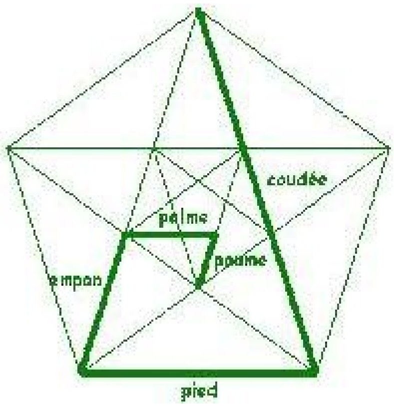
Théâtre d'Epidaure en Grèce

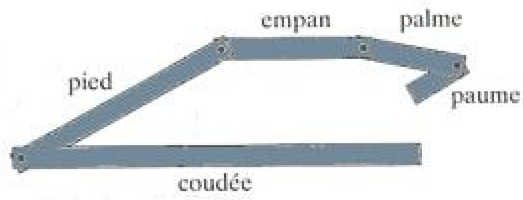
C'est comme si l'on disait d'une maison qu'elle a une cheminée, une porte, deux fenêtres en façade au rez de chaussée, 3 fenêtres en façade à l'étage, ce qui fait 5 fenêtres en tout sur la façade, elle mesure 8 mètres de haut et 13 mètres de large, de plus elle a 21 tuiles sur la partie gauche du toit ; or 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13 et 21 sont 8 nombres qui se suivent dans la suite de Fibonacci, mais mélanger des nombres de portes, de fenêtres et des dimensions n'a aucun sens ... tout au plus ici pourrait-on parler de Rectangle d'Or pour l'encadrement de la maison, mais le façade n'étant pas rectangulaire, cela a peu de sens ... donc méfiance pour des suites de nombres apparentées à des sous-ensembles de la suite de Fibonacci !

Il y a autour des bâtisseurs d'édifices religieux du Moyen-Age (cathédrales et abbayes) toute une mythologie élaborée au 19 ème siècle. Là encore, en effectuant une grande série de mesures et en s'accordant une approximation assez large, on va trouver du Nombre d'Or un peu partout et il est vrai que l'abbaye du Thoronet a une sonorité que certains qualifient de magique, de là à y mêler le Nombre d'Or ... on n'est pas très loin de Phi pour ces deux rectangles qui sont donc presque des Rectangles d'Or, mais ce "presque" fait toute la différence (s'il y avait eu volonté d'utilisation du Nombre d'Or, ce serait "exactement" et non pas "presque" et deuxièmement il n'existe aucun écrit pour étayer l'idée de l'utilisation du Nombre d'Or.

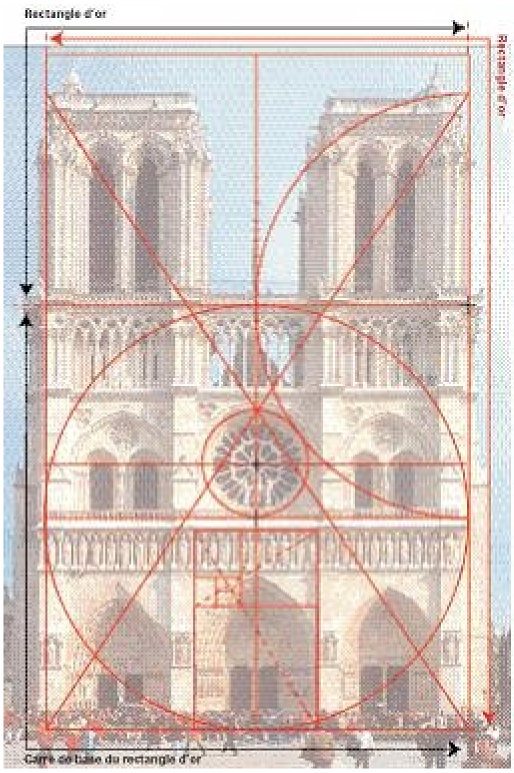



Il existe toute une mystique à propos du système coudée-pied-empan-palme-paume ;une coudée mesurerait 52,36 cm, le pied 32,36 cm, l'empan" de 20,00 cm. Certains francs-maçons ont adopté la Quine, ce qui ne va pas sans ajouter de mystère... Mais on n'a aucune certitude sur les instruments de mesure des batisseurs de cathédrales et ce sont seulement des suputations même si on peut admirer une reconstitution de quine à l'abbaye de Sénanque.





Il en va de même pour Notre-Dame de Paris, pour faire tenir la façade dans un Rectangle d'Or on inclut les clochetons qui chapeautent chaque tour, mais on exclut les contreforts ; il n'y a plus qu'à se laisser convaincre par la complexité d'une construction géométique hasardeuse pour devenir un fervent adepte du Nombre d'Or et s'extasier devant tant de beauté enfin expliquée !



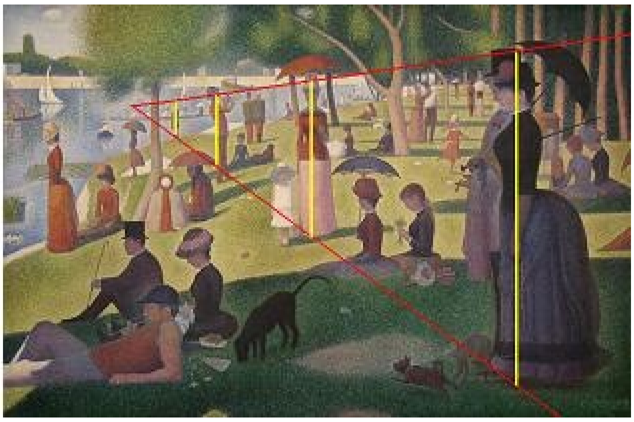
Cathédrale de Paris


Saint-Jérôme de Léonard de Vinci

Marguerite Neveux fait remarquer à juste titre que le bras de Saint-Jérôme sort du prétendu Rectangle d'Or, ce qui retire toute crédibilité à ce rectangle.

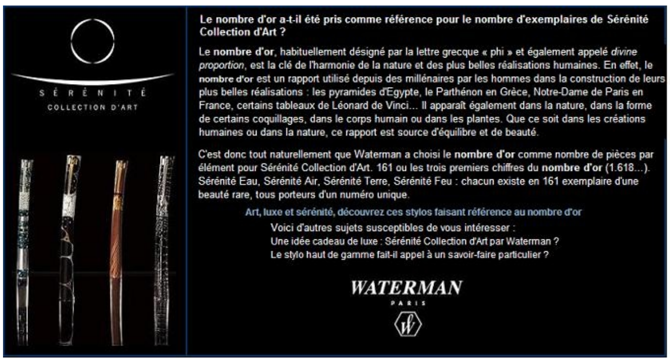
Claude Monet a souvent construit ses tableaux à l'aide de moitiés successives. Dans son oeuvre La Gare de Saint- Lazare, Monet tire parti de la charpente métallique pour distribuer les ombres et les lumières jusqu'au quart. Il donne à la marquise bien centrée une largeur égale à la moitié du tableau. La locomotive est presque centrée sur la toile. Afin de bien marquer les quarts à gauche et à droite, Monet peint respectivement un wagon et un cheminot. Avons-nous rencontré le Nombre d'Or dans ce tableau ? Tout porte à croire que non. Les artistes se contentent d'utiliser des symétries ainsi qu'un espace intermédiaire délimité par la médiane et les quarts. Les demi-quarts se trouvent dans cette zone et sont souvent employés dans la composition de la toile. En général, les oeuvres donnent plutôt raison à Fechner, la symétrie étant souvent présente. Il est par contre difficile de confirmer la théorie de la perfection esthétique de Zeising. Si les rapports 3/8 ou 5/8 se retrouvent dans une toile, ils ne figurent qu'après subdivision de quarts déjà présents. Avec une telle quantité d'éléments à sa disposition, une analyse sur une oeuvre quelconque aura de forte chance d'y déceler la section d'or.


La gare Saint-Lazare de Claude Monet

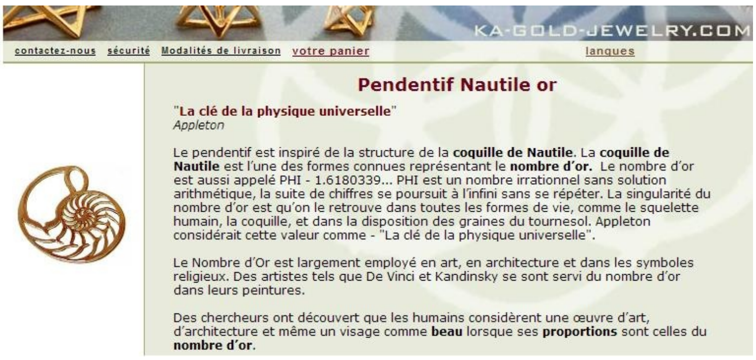

Un dimanche à la Grande Jatte de Seurat

Un dimanche à la Grande Jatte de Seurat : les commentaires que l'on retrouve souvent à propos de cette toile parle du Nombre d'Or utilisé dans la perspective ; mais quelle perspective? Sans doute pas la plus visible (comme schématisé sur l'illustration) ni sur les autres d'ailleurs ! La perspective sur la série de personnage "debout" donne des rapports entre chaque personnage ou groupe de personnage tournant autour de 2 en tout cas très loin de 1.618. Mais où est donc le Nombre d'Or dans cette oeuvre...

Je passe rapidement sur des utilisations mercantiles d'un goût douteux du Nombre d'Or dans la publicité : pour waterman, on prend les 3 premières décimales de 1.618 donc 1,6 et 1 comme chiffres pour le nombre (161) d'une série limitée de stylos après un long paragraphe sur la mythe du Nombre d'Or : c'est vraiment n'importe quoi ! De même pour le bijou Nautile d'autant plus que le nautile n'a pas un rapport de 1,618 mais plutôt autour de 1,3 selon les biologistes ayant étudié le problème !



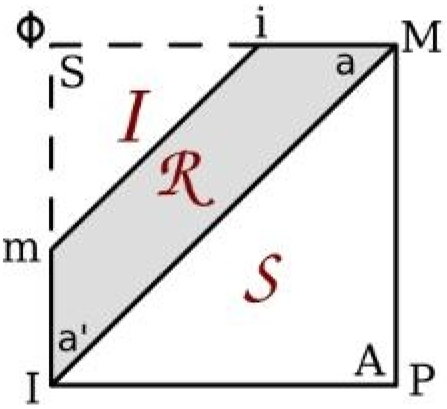
Publicité des stylos Waterman sur Internet



Publicité pour un bijou Nautile sur Internet

Même les grands pontes de la médecine ont usé et sans doute abusé du Nombre d'Or :

Le psychanalyste Jacques Lacan introduit le Nombre d'Or lors de la séance du 1er mars 1967 du séminaire "La logique du fantasme" après avoir parlé de la division harmonique comme support du signifiant phallique. Selon Lacan, l'élaboration du signifiant phallique se construit selon l'algorithme du Nombre d'Or...

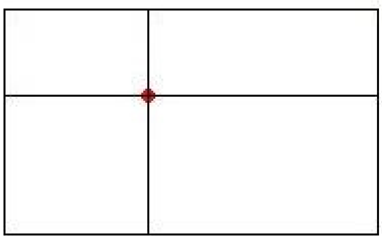


... notez que dans son schéma RSI (Réel, Symbolique, Imaginaire), Φ désignant habituellement le Nombre d'Or désigne ici le "Phallus imaginaire" ...

Certains articles apparemment sérieux consultés sur Internet à propos de Lacan témoignent d'un abus de l'usage des mathématiques dans ses théories : il semble qu'il ait fréquemment utilisé des notions mathématiques complexes sans en maitriser parfaitement la portée d'où des inexactitudes ou des confusions; à vous d'approfondir la question pour vous faire une idée plus précise...

Le cancérologue Lucien Israël consacre au Nombre d'Or un chapitre entier dans son livre "Cerveau droit, cerveau gauche". Il y fait référence à Matila Ghyka et Luca Pacioli, et affirme : "*Nous sommes mystérieusement accordés à ce nombre... (il) agit sur nos sens et par eux sur notre cortex cérébral...*" L'ouvrage est dédicacé "*à tous ceux qui se mobilisent pour la défense d'une culture menacée de dissolution et de décadence*" ... sans commentaire.

Parmi les nombreuses applications du Nombre d'Or se trouvent les Lignes d'Or et le Points d'Or : une Ligne d'Or est un segment qui coupe un rectangle quelconque parallèlement à un côté dans le rapport du Nombre d'Or. Il y a 4 Lignes d'Or dans un rectangle (2 horizontales et deux verticales) ; ces 4 lignes se coupent en 4 points appellés Points d'Or. Ci-dessous à gauche, vous pouvez voir un rectangle et deux de ses 4 Lignes d'Or se coupant en un Point d'Or.



En préparant cet exposé, j'ai consulté de nombreux ouvrages et vu un grand nombre de pages "Internet" par exemple les publicités proviennent d'Internet, de même que l'article à propos de Jacques Lacan et de son Phallus imaginaire. Je suis tombé sur les pages d'un brave bibliothécaire belge qui pour son mémoire de diplôme a fait une recherche sur la composition des images des aventures de Tintin d'Hergé. Et d'intituler son étude "la règle d'or" c'est à dire l'utilisation des lignes d'or et des points d'or. Il explique sa démarche :"*Rapidement, l'idée me vint d'examiner si Hergé n'avait pas appliqué certains de ces principes. Parmi les nombreuses belles vignettes de l'auteur, je décidai - <u>un peu au hasard</u> - d'en retenir trois...*" et le hasard fit bien les choses pour lui car à chaque fois le centre d'intérêt était exactement sur l'un des Points d'Or ! Malheureusement, mes recherches pour vérifications furent beaucoup moins fructueuses car sur plus de 10 vignettes choisies cette fois vraiment au hasard je n'en trouvai aucune susceptible de confirmer cette nouvelle théorie !

Un peu d'humour pour terminer : j'ai fini par trouver pourquoi les Iles d'Hyères (Porquerolles, Portcros et Le Levant) étaient aussi appelées les îles d'Or ... c'est tout simplement parce qu'elle s'inscrivent pour deux d'entres elles dans des Rectangles d'Or, la troisième étant trop loin de Hyères pour susciter de l'intérêt et de toutes façons occupée partiellement par des militaires qui empêchent toute prise de mesures exactes !

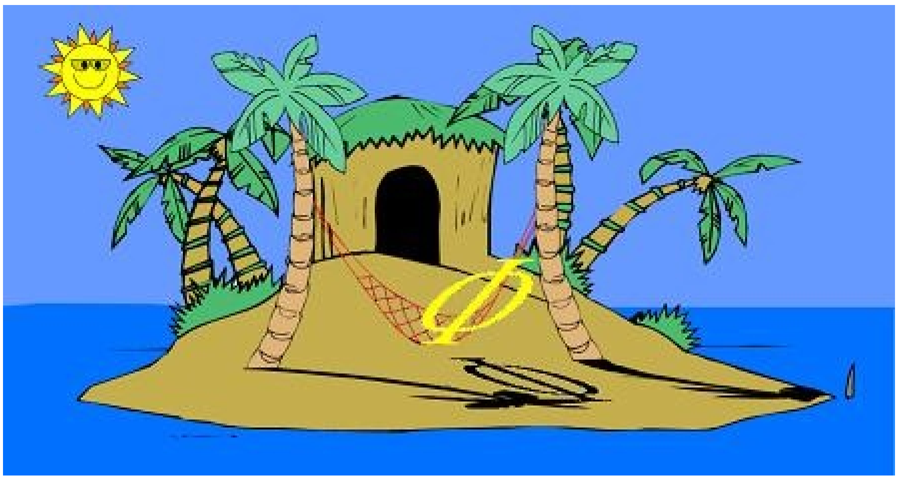
Ile de Porquerolles

Ile de Port-Cros

Fechner aurait sûrement mis à mal mes constatations et aurait réfuté à raison la présence du Nombre d'Or dans les Iles du même nom, comme il reprochait à Zeising ses constructions géométriques douteuses destinées à faire apparaitre le Nombre d'Or un peu partout. Conclusion : on peut faire apparaître le Nombre d'Or n'importe où avec un peu de culot et un zest de mauvaise foi...

Sur la base de ces diverses observations, affirmer que là où il y a Section d'Or, il y a la beauté, affirmer que le Rectangle d’Or est le rectangle le plus esthétique, affirmer que la Divine Proportion règne sur l'Art, représenteraient des propositions bien trop restrictives. Les critères de la beauté ne peuvent se résumer à quelques proportions. Au contraire, ils font intervenir des phénomènes complexes et subjectifs qui dépendent fortement du contexte. Le côté mythique et même mystique du Nombre d’Or conforté par l'existence indéniable de propriétés mathématiques tout à fait singulières lui a procuré un statut de respectabilité dont certains ont manifestement abusé. **Il est sans doute urgent de rendre à Euclide ce qui lui appartient... et au Nombre d'Or son statut original de curiosité mathématique ... sans plus !**

Le Nombre d'Or - Chute



Chut !!! ...... le Nombre dort ...

Quelques liens utiles pour approfondir certains points :

Histoire, définition et constructions autour du Nombre d'Or : Trucs-Maths - Le Nombre d'Or

Tout sur le Nombre d'Or : Wikipédia - Nombre d'Or

Pages perso Orange : Le Nombre d'Or

Pages perso Free : Le Nombre d'Or (1)

Autres Pages perso Free : Le Nombre d'Or (2)

Classe de seconde : Le Nombre d'Or par les élèves de seconde du lycée Jean Monnet

Classes de collège : Le nombre d'or par les éléves du collège Camus

Pour ou contre le Nombre d'Or : Belle étude par des étudiants dans le cadre d'un projet STS

Pour voir des reproductions de tableaux : Tableaux en haute définition (par exemple ici un Botticelli)

Analyse musicale : Prélude à l'après-midi d'un faune de Claude Debussy par le CNDP

Pour accéder aux ouvrages de la Bibliothèque de France : Bibliothèque Nationale de France - Page d'Accueil

BNF - page concernant le Nombre d'Or dans le "de architectura" de Vitruve traduit par Claude Perrault

Pour Lacan et le Nombre d'Or : Lacan et le Nombre d'Or ... Il eût phallus - Psychanalyse-Paris

La règle d'or dans "Tintin" d'Hergé : La règle d'or pour Hergé

Pour la SHHA
Novembre 2007

Christian Lambinet